

Exploring a Dot Grid Through Rectangles

செவ்வகங்களின் மூலம் புள்ளிக் கட்டம் ஒன்றை ஆராய்தல்

Introduction

முன்னுரை

You have calculated areas and perimeters of figures like rectangles and triangles, many times. Have you ever wondered what is the relationship between area and perimeter of a figure? What happens when area increases? Does the perimeter increase or decrease? What happens to the area if the perimeter decreases?

செவ்வகங்கள் மற்றும் முக்கோணங்கள் போன்ற வடிவங்களுக்குப் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவை நீங்கள் பலமுறைக் கணக்கிட்டிருப்பீர்கள். ஒரு வடிவத்தின் பரப்பளவுக்கும் சுற்றளவுக்கும் இடையே என்ன தொடர்பு இருக்கும் என யோசனை செய்திருக்கிறீர்களா? பரப்பளவு அதிகரித்தால் என்ன நடக்கும்? சுற்றளவு அதிகரிக்குமா அல்லது குறையுமா? சுற்றளவு குறைந்தால் பரப்பளவு என்னவாகும்?

Here we will explore the relationship between the area and perimeter of rectangles. We will do this, however, with an important constraint - the rectangles will be those that can be drawn on a dot grid such that the corners (vertices) of the rectangles are grid points.

செவ்வகங்களின் சுற்றளவுக்கும் பரப்பளவுக்கும் இடையேயான தொடர்பை இங்கு நாம் ஆராய உள்ளோம். எனினும், ஒரு முக்கிய கட்டுப்பாடுதான் இதைச் செய்ய போகிறோம் - புள்ளிக் கட்டங்களில் (Dot Grid) வரையக்கூடிய செவ்வகங்களை மட்டும்தான் எடுத்துக்கொள்ளப்போகிறோம். இதனால், செவ்வகங்களின் முனைகள் (vertices) கட்டத்திலுள்ள புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்.

Materials

பொருட்கள்

Grid papers (each student will require three to four square dotted grid papers), pencils. கட்டத் தாள்கள் (ஒவ்வொரு மாணவரிடமும் மூன்று அல்லது நான்கு சதுர புள்ளிக் கட்டத் தாள்கள் இருக்க வேண்டும்), பென்சில்சுள்.

Look at the grid paper you have.

உங்களிடம் இருக்கும் கட்டத் தாளை பாருங்கள்.

Let us call the length of the line segment AB (shown in figure 1) as one unit of length.

கோட்டுத்துண்டு AB-யின் நீளத்தை ஓர் அலகு நீளமாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

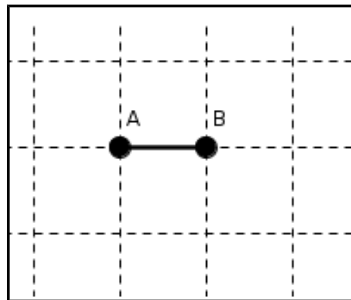


Figure 1
புள்ளிக் கட்டம் 1

Now, considering the above length as one unit, what can you say about the area of this shape in figure 2? Why do you think so? Discuss with your friends.

இந்தத் துண்டத்தின் நீளத்தை ஓர் அலகாக எடுத்துக்கொண்டால், படம் 2-ல் உள்ள வடிவத்தின் பரப்பளவைக் குறித்து உங்களால் என்ன கூறமுடியும்? காரணங்களைக் கூறவும். உங்களின் நண்பர்களுடனும் கலந்துரையாடுங்கள்.

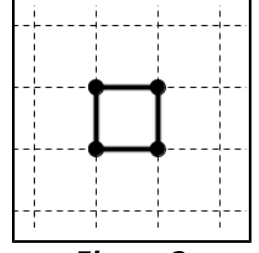


Figure 2
படம் 2

Task 1: Any more unit areas?

செயல் 1: ஓர் அலகு பரப்பளவை கொண்ட வேறு வடிவங்கள் உள்ளனவா?

Draw a few more (at least two) figures such that their areas are also one square unit.

ஒருசதுரஅலகு பரப்பளவைக் கொண்ட மேலும் சில வடிவங்களை (குறைந்தபட்சம் இரண்டு) வரைந்திடுங்கள்.

Task 2: When all adjacent sides are perpendicular...

செயல் 2: கொடுக்கப்பட்ட வடிவங்களில் அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் அனைத்தும் செங்குத்தாக இருக்கும் போது...

The polygons drawn in figure 3 are called rectilinear polygons.

படம் 3-ல் வரையப்பட்டுள்ள வடிவங்கள் அனைத்தையும் நேர்கோட்டுப் பலகோணங்கள் என்றழைக்கிறோம்.

Draw five such figures and find their areas and perimeters.

இது போன்ற ஐந்து வடிவங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுங்கள்.

Remember that all the vertices of these figures should be on the grid points.

இவ்வடிவங்களின் முனைகள் அனைத்தும் கட்டத்திலுள்ள புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும் என்பதை மனதில் வைத்துக்கொள்ளுங்கள்.

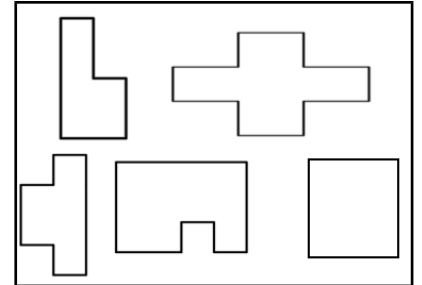


Figure 3
படம் 3

* A rectilinear polygon is a polygon, all of whose angles are either 90° or 270° . Some examples of rectilinear shapes are given here.

* நேர்கோட்டுப் பலகோணம் என்பது ஒருவகைப் பலகோணமாகும். அவற்றில், கோடுகளுக்கு இடையேயான கோணங்கள் யாவும் 90° அல்லது 270° ஆக இருக்கும். நேர்கோட்டு வடிவங்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுக்கள் இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

Task 3: What if some adjacent sides are not perpendicular...?

செயல் 3: அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் செங்குத்தாக இல்லையென்றால்...?

Figure 4 shows some non-rectilinear polygons. Find the area of the given figures.

நேர்கோடற்ற பலகோணங்கள் சிலவற்றைப் படம் 4-ல் நீங்கள் பார்க்கலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுங்கள்.

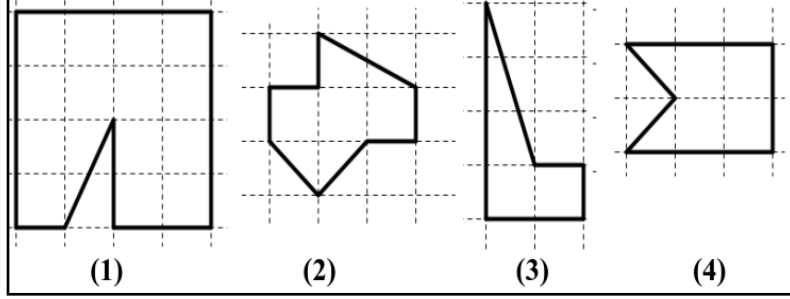


Figure 4
படம் 4

Task 4: Focusing on rectangles

செயல் 4: செவ்வகங்களைக் கவனிப்போம்

Draw five rectangles on the grid paper. Keep in mind the following:

- 1) The vertices of the rectangles should be grid points.
- 2) The rectangles should be of different sizes.
- 3) At least one of the rectangles should be tilted.
- 4) Measure and write the area and the perimeter of the rectangles which are not tilted. Discuss how you got your answers.

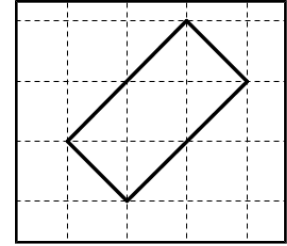


Figure 5 Tilted rectangle
படம் 5 சாய்வு செவ்வகம்

புள்ளிக் கட்டத் தாளில் ஐந்து செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். பின்வரும் கருத்துக்களை நினைவில் கொள்ளுங்கள்:

- 1) செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டத்தின் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்.
- 2) செவ்வகங்கள் வெவ்வேறு அளவுகளைக் கொண்டிருக்கவேண்டும்.
- 3) ஒன்றாவது சாய்வு செவ்வகமாக இருக்கவேண்டும்.
- 4) சாய்வில்லா செவ்வகங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவை அளந்து குறித்து வையுங்கள். உங்களின் பதில்களை எவ்வாறு பெற்றீர்கள் என்பது குறித்துக் கலந்துரையாடுங்கள்.

The vertices of the rectangles should be grid points!
செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு
பொருந்தவேண்டும்!

Task 5 : Perimeter same, but rectangles different

செயல் 5: ஒரே சுற்றளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்கள்

Sub task 1

- 1) Draw different rectangles on your dot grid, all of which have a perimeter of 16 units. (Draw as many as you can.)
- 2) Complete the table given below based on your rectangles.
- 3) Which rectangle has the highest area? Which rectangle has the smallest area?
- 4) Compare your table with those of your friends.
- 5) Did you get a square in your table? Is a square also a rectangle? _____

துணைச் செயல் 1

- 1) உங்களின் புள்ளிக் கட்டத் தாளில் வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்தீடுங்கள். அனைத்து வடிவங்களின் சுற்றளவும் 16 அலகுகளாக இருக்க வேண்டும்.
(எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்தீடுங்கள்).
- 2) உங்களின் செவ்வகங்களுக்குப் ஏற்றபடி பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பீடுங்கள்.
- 3) எந்தச் செவ்வகம் மிகப்பெரிய பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? எந்தச் செவ்வகம் மிகக்குறைந்த பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?
- 4) உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகளுடன் உங்களுடையதை ஒப்பீடுங்கள்.
- 5) உங்கள் அட்டவணையில் சதுரமேதும் இடம்பெற்றுள்ளதா? ஒருசதுரத்தைச் செவ்வகமாகவும் கருதிக் கொள்ளலாமா? _____

Note: "Semi-perimeter" of the rectangle is half of the perimeter.

குறிப்பு: செவ்வகத்தின் "அரை-சுற்றளவு" என்பது அதன் சுற்றளவில் பாதியாகும்.

Perimeter is 16 units சுற்றளவு 16 அலகுகள்				
Rectangle செவ்வகம்	Length நீளம்	Breadth அகலம்	Semi-perimeter அரை-சுற்றளவு	Area பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				
viii				
ix				

Sub task 2

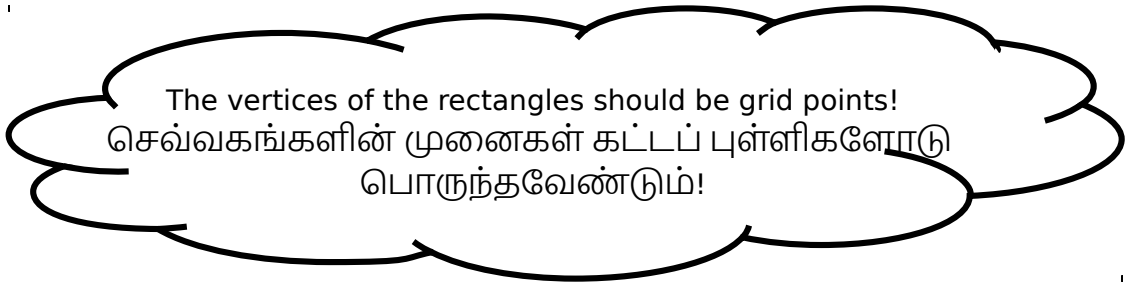
- 1) Draw different rectangles on your dot grid, all of which have a perimeter of 18 units.
(Draw as many as you can.)
- 2) Complete the table given below based on your rectangles.
- 3) Which rectangle has the highest area? Which rectangle has the smallest area?
- 4) Compare your table with the tables drawn by your friends.
- 5) Did you get a square in your table?

துணைச் செயல் 2

- 1) உங்களின் புள்ளிக் கட்டத் தாளில் வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்தீடுங்கள். அனைத்து வடிவங்களின் சுற்றளவும் 18 அலகுகளாக இருக்க வேண்டும்.
(எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்தீடுங்கள்).
- 2) உங்களின் செவ்வகங்களுக்குப் ஏற்றவாறு பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பீடுங்கள்.
- 3) எந்தச் செவ்வகம் மிகப்பெரிய பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? எந்தச் செவ்வகம் மிகக்குறைந்த பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?
- 4) உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகளுடன் உங்களுடையதை ஒப்பீடுங்கள்.
- 5) உங்கள் அட்டவணையில் சதுரமெதும் இடம்பெற்றுள்ளதா?

Perimeter is 18 units சுற்றளவு 18 அலகுகள்				
Rectangle செவ்வகம்	Length நீளம்	Breadth அகலம்	Semi-perimeter அரை-சுற்றளவு	Area பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				
viii				
ix				

Perimeter is ___ units சுற்றளவு ___ அலகுகள்				
Rectangle செவ்வகம்	Length நீளம்	Breadth அகலம்	Semi-perimeter அரை-சுற்றளவு	Area பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				
viii				



Task 6: Now...some same area rectangles

செயல் 6: ஒரே பரப்பளவைக் கொண்ட சில செவ்வகங்கள்

Sub task 1

- 1) Draw different rectangles which have an area of 36 square units. (Draw as many as you can).
- 2) Fill the given table.
- 3) Did you get a square?
- 4) Compare your table with the tables drawn by some of your friends.

துணைச் செயல் 1

- 1) 36 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்தீடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்தீடுங்கள்).
- 2) கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
- 3) சதுரம் கிடைத்ததா?
- 4) உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

Area is 36 square units பரப்பளவு 36 சதுர அலகுகள்				
Rectangle செவ்வகம்	Length நீளம்	Breadth அகலம்	Semi-perimeter அரை-சுற்றளவு	Area பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				
viii				
ix				

Sub task 2

- 1) Draw different rectangles which have an area of 17 square units. (Draw as many as you can).
- 2) Fill the given table.
- 3) Do you see any congruent rectangles among the rectangle you have drawn?
- 4) Compare your table with the tables filled by some of your friends.

துணைச் செயல் 2

- 1) 17 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
- 2) கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
- 3) நீங்கள் வரைந்த வடிவங்களில் முழுதுமொத்த செவ்வகங்கள் (congruent rectangles) ஏதும் இருக்கின்றதா?
- 4) உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

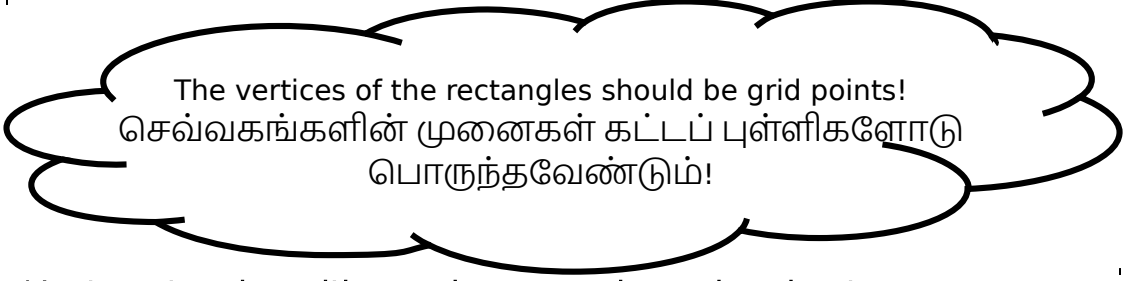
Area is 17 square units பரப்பளவு 17 சதுர அலகுகள்				
Rectangle செவ்வகம்	Length நீளம்	Breadth அகலம்	Semi-perimeter அரை-சுற்றளவு	Area பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				

Sub task 3

- 1) Draw different rectangles having an area of 24 square units. (Draw as many as you can).
- 2) Fill the given table.
- 3) Do you see any congruent rectangles among the rectangle you have drawn?
- 4) Compare your table with tables filled by some of your friends.

துணைச் செயல் 3

- 1) 24 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
- 2) கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
- 3) நீங்கள் வரைந்த வடிவங்களில் சர்வசம செவ்வகங்கள் ஏதும் இருக்கின்றனவா?
- 4) உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

**Task 7 : Next, rectangles with equal areas and equal perimeters**

செயல் 7: அடுத்ததாக, ஒரே பரப்பளவுகள் மற்றும் சுற்றளவுகளைக் கொண்ட செவ்வகங்கள்.

Can you draw two different rectangles whose perimeter is 14 units and area is 12 area units? How many different rectangles did you get? Compare your rectangles with those drawn by your friends. Are they the same?

14 அலகுகள் சுற்றளவு மற்றும் 12 அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட இரு வெவ்வேறு செவ்வகங்களை உங்களால் வரைய முடியுமா? எத்தனை விதமான செவ்வகங்களைப் பெற்றீர்கள்? உங்களுடைய நண்பர்களின் செவ்வகங்களுடன் ஒப்பிடுங்கள். அவை ஒன்றுபோல இருக்கின்றனவா?

Did you get different rectangles? If yes, share your answer with your friends and your teacher. If you think it is not possible, think about why not?

இல்லை வெவ்வேறாக இருக்கின்றதா? ஆம் என்றால், உங்களுடைய ஆசிரியர் மற்றும் நண்பர்களுடன் உங்களின் பதிலைப் பகிருங்கள். அவ்வாறு இருப்பது சாத்தியமில்லையென்றால், ஏன் என்று சிந்தியுங்கள்.

Task 8: More with the grid: possibilities and impossibilities

செயல் 8: புள்ளிக் கட்டங்களை வைத்து மேலும் கற்கலாம்: சாத்தியங்களும் சாத்தியமற்றவையும்

Remember that all the vertices of all the figures you draw should be grid points.

நீங்கள் வரைந்திடும் அனைத்து வடிவங்களின் முனைகளும் கட்டத்தின் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள்.

Use the grid paper, explore, and find answers to the following:

கட்டத் தாளைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் கேள்விகளுக்குப் பதில்களை ஆராயவும்:

1) If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its area is an odd number, what can you say about that rectangle's semi-perimeter (half of the perimeter)?

1) ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் இயல் எண்களாக இருக்கும் பட்சத்தில், மற்றும் அதன் பரப்பளவு ஓர் ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், அச்செவ்வகத்தின் அரை-சுற்றளவைக் (சுற்றளவில் பாதி) குறித்து நீங்கள் என்ன சொல்லமுடியும்?

2) If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its semi-perimeter is an odd number, what can you say about the area of this rectangle?

2) ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் இயல் எண்களாக இருக்கும் பட்சத்தில், மற்றும் அதன் அரை-பரப்பளவு ஓர் ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், அச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் குறித்து நீங்கள் என்ன சொல்லமுடியும்?

3) What are the different possible areas of triangles drawn on the grid? Are all the multiples of half achieved?

3) புள்ளிக் கட்டத்தில் வரையப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களுக்கு சாத்தியமான பரப்பளவுகள் என்னென்ன? அரையின் மடங்குகள் அனைத்தையும் பெறமுடிந்ததா?

4) What are the possible areas of grid squares (squares with vertices on the grid)?

(These may not have integer sides!)

4) கட்டத்திலுள்ள சதுரங்களுக்கு (அவற்றின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும்) சாத்தியமான பரப்பளவுகள் என்னென்ன? (இவற்றின் பக்கங்கள் முழுஎண்களாக இல்லாமலும் இருக்கலாம்)

5) What are the possible areas of tilted rectangles (rectangles with vertices on the grid)?

(Hint: Look at tilted squares first).

5) சாய்வு செவ்வகங்களில் (அவற்றின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும்) சாத்தியமாகும் பரப்பளவுகள் என்னென்ன?

(குறிப்பு: சாய்வு சதுரங்களில் பின்பற்றிய முறையைப் பாருங்கள்).

References

நூல்கள்

- De, P., Sircar, S., & Titus, S. (2017, November). LFHC - Area, Perimeter and Congruency (APC). *At Right Angles*, Volume 6, No.3, pp.53-58. Azim Premji Foundation. <https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx>
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates.