

Is Your Polygon the Same as Mine?

என்னுடைய பலகோணமும் உன்னுடையதும் ஒன்றா?

Introduction

Have you ever wondered how you would describe a triangle that is in your mind to somebody over the phone? What do you really say? Do you mention the sides or the angles? And would that person get the exact same figure that you had in mind? Moreover, how can you do this by giving minimum information? Today we will try to answer these questions by investigating some examples, making observations, and verifying or refuting these observations.

முன்னுரை

நீங்கள் மனதில் நினைத்த ஒரு முக்கோணத்தை தொலைபேசிமூலம் ஒருவரிடம் எவ்வாறு விவரிப்பீர்கள் என்பதை நினைத்துப் பார்த்திருக்கிறீர்களா? எதைப் பற்றிக் கூறுவீர்கள் - பக்கங்களையா அல்லது கோணங்களையா? உங்கள் மனதில் நினைத்த அதே உருவத்தை அந்த நபர் கற்பனை செய்வாரா? மேலும், குறைந்தபட்சத் தகவலை பரிமாறி இதை எவ்வாறு செய்ய முடியும்? இன்று, இந்தக் கேள்விகளுக்கு விடைக்கான முயற்சிக்கலாம். சில எடுத்துக்காட்டுகளை ஆராய்ந்து, உற்றுநோக்கி, மற்றும் கவனித்தவற்றை நிராகரித்து அல்லது நீருபித்து இதை செய்யலாம்.

Materials

Blank sheets, pencils, erasers, compass-boxes (compass, set-squares, protractor, and scale), scissors.

பொருட்கள்

வெற்றுத்தாள்கள், பென்சில்கள், ரப்பர்கள் (அழிப்பான்கள்), கவராய் பெட்டி (கவராயம், மூலைமட்டங்கள், கோண அளவி, மற்றும் அளவுகோல்), கத்திரிக்கோல்.

Task 1: Drawing your triangle

செயல் 1: உங்களின் முக்கோணத்தை வரைதல்

Q1. Draw a triangle of your choice on the given blank sheet of paper. Measure the sides and the angles of the triangle, and label the vertices of the triangle.

கே.1. கொடுக்கப்பட்ட வெற்றுத்தாளில் நீங்கள் விருப்பப்பட்ட ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை அளவிட்டு, அதன் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

Q2. Now see the triangles drawn by your friends. Do you see anything interesting? What is it?

கே.2. உங்கள் நண்பர்கள் வரைந்துள்ள முக்கோணங்களை பாருங்கள். சுவராஸ்யமான ஏதாவது கண்ணில்பட்டதா? அது என்ன?

Keep the paper on which you drew your triangle safely aside; we will be coming back to this triangle later in the activity.

முக்கோணம் வரைந்த தாளை நீங்கள் பத்திரமாக தனியே எடுத்து வையுங்கள்; செயல்பாட்டின் பின்னொரு கட்டத்தில் இந்த முக்கோணத்தை மீண்டும் பார்க்கவிருக்கிறோம்.

Task 2a: Constructing a triangle when only one side is given

செயல் 2a: ஒரே ஒரு பக்கமே கொடுக்கப்பட்டுள்ளபோது முக்கோணம் ஒன்றை வரைதல்

Draw a triangle on the given paper, one of whose side is 6 cm. Label the vertices of your triangle.

கொடுக்கப்பட்ட தாளில், ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். இதன் ஒரு பக்கம் 6 செ.மீ ஆக இருக்க வேண்டும். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

Now study the triangle drawn by your partner.

இப்போது உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆய்வு செய்யுங்கள்.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒன்றுபோல் உள்ளதா?

Q2. How did you compare these two triangles?

கே.2. இந்த இரண்டு முக்கோணங்களை எவ்வாறு ஒப்பிட்டீர்கள்?

Q3. You and your partner, both were told that one side of the triangle is 6 cm. Did you both get exactly the same triangles? Why?

கே.3. முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் 6 செ.மீ என்று உங்களிடமும் உங்களின் கூட்டாளியிடமும் கூறப்பட்டிருந்தது. நீங்கள் இருவரும் பெற்ற முக்கோணங்கள் மிகச்சரியாக ஒத்தார்போல் இருந்தனவா? ஏன்?

Task 2b: Constructing a triangle when only one angle is given

செயல் 2b: ஒரே ஒரு கோணம் மட்டுமே கொடுக்கப்பட்டுள்ளபோது முக்கோணம் ஒன்றை வரைதல்

Draw a triangle on the given paper where one of the angles measures 55° . Name your triangle.

கொடுக்கப்பட்ட தாளில் ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். அதனுடைய ஒரு கோணம் 55° ஆக இருக்க வேண்டும். உங்களுடைய முக்கோணத்துக்கு பெயரிடுங்கள்.

Now study the triangle drawn by your partner.

இப்போது உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆராயுங்கள்.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒன்றுபோல் உள்ளதா?

Q2. How did you compare these two triangles?

கே.2. இந்த இரு முக்கோணங்களை எவ்வாறெல்லாம் ஒப்பிட்டீர்கள்?

Q3. You and your partner, both were given one angle of 55° . Did you both get exactly the same triangles? Why?

கே.3. முக்கோணத்தின் ஒருகோணம் 55° என்று உங்களிடமும் உங்களின் கூட்டாளியிடமும் கூறப்பட்டிருந்தது. நீங்கள் இருவரும் பெற்ற முக்கோணங்கள் மிகச்சரியாக ஒத்தார்போல் இருந்தனவா? ஏன்?

Task 3: Constructing a triangle when two measures are given

செயல் 3: இரண்டு அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள போது ஒரு முக்கோணத்தை வரைதல்

Make three groups among yourselves. If possible, form your group with your classmates who are sitting close to you. Let us call these groups A, B and C.

உங்களுக்குள் மூன்று குழுக்களை உருவாக்குங்கள். சாத்தியமென்றால், அருகில் அமர்ந்திருக்கும் கூட்டாளிகளுடன் குழுவை உருவாக்குங்கள். இந்தக் குழுக்களை A, B, மற்றும் C என அழைத்திடலாம்.

Group A: Draw a triangle whose sides are 7 cm and 5 cm. Label the vertices of your triangle.

குழு A: 7 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ அளவிலான பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

Group B: Draw a triangle whose one side is 6 cm and one angle is 55° . Label the vertices of your triangle.

குழு B: பக்கம் 6 செ.மீ மற்றும் கோணம் 55° கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

Group C: Draw a triangle whose two angles are 50° and 75° . Label the vertices of your triangle.

குழு C: 50° மற்றும் 75° கோணங்களைக் கொண்டுள்ள ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

Now study the triangle drawn by your partner.

இப்போது, உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆராயுங்கள்.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒன்றுபோல் உள்ளதா?

Q2. How did you compare these two triangles?

கே.2. இந்த இரு முக்கோணங்களை எவ்வாறெல்லாம் ஒப்பிட்டீர்கள்?

Groups A, B and C:

குழுக்கள் A, B மற்றும் C:

Q3. Did each of you get exactly the same triangles as the members in your group ? Why

கே.3. உங்கள் குழுவினரின் உறுப்பினர்கள் ஒவ்வொருவரின் முக்கோணங்களும் மிகச்சரியாக ஒத்தார்போல் இருந்தனவா? ஏன்?

Task 4: Constructing a triangle when three measures are given

செயல் 4: மூன்று அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபோது ஒரு முக்கோணத்தை வரைதல்

Group A1: Draw a triangle XYZ such that XY = 4 cm, YZ = 6 cm, and XZ = 7 cm.

குழு A1: XY = 4 செ.மீ, YZ = 6 செ.மீ, மற்றும் XZ = 7 செ.மீ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் XYZ ஐ வரையுங்கள்.

Group A2: Draw a triangle ABC such that, AB = 5 cm, BC = 6 cm, and $\angle ACB = 45^\circ$.

குழு A2: AB = 5 செ.மீ, BC = 6 செ.மீ, மற்றும் $\angle ACB = 45^\circ$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் ABC ஐ வரையுங்கள்.

Group B1: Draw a triangle IJK such that $\angle IJK = 40^\circ$, $\angle JKI = 65^\circ$, and $\angle IKJ = 75^\circ$.

குழு B1: $\angle IJK = 40^\circ$, $\angle JKI = 65^\circ$, மற்றும் $\angle IKJ = 75^\circ$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் IJK ஐ வரையுங்கள்.

Group B2: Draw a triangle STU such that $\angle UST = 50^\circ$, ST = 3 cm, and $\angle STU = 65^\circ$.

குழு B2: $\angle UST = 50^\circ$, ST = 3 செ.மீ, மற்றும் $\angle STU = 65^\circ$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் STU ஐ வரையுங்கள்.

Group C1: Draw a triangle EFG such that EF = 7 cm, FG = 9 cm, and $\angle GEF = 90^\circ$.

குழு C1: EF = 7 செ.மீ, FG = 9 செ.மீ, மற்றும் $\angle GEF = 90^\circ$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் EFG ஐ வரையுங்கள்.

Group C2: Draw a triangle PQR such that PQ = 5 cm, $\angle PQR = 50^\circ$, and QR = 4 cm.

குழு C2: PQ = 5 செ.மீ, $\angle PQR = 50^\circ$, மற்றும் QR = 4 செ.மீ என்ற அளவுகளை கொண்ட முக்கோணம் PQR ஐ வரையுங்கள்.

Now study the triangle drawn by your partner.

இப்போது, உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆராயுங்கள்.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒத்தார்போல் உள்ளதா?

Q2. How did you compare these two triangles?

கே.2. இந்த இரு முக்கோணங்களை எவ்வாறெல்லாம் ஒப்பிட்டீர்கள்?

Task 5: Minimum conditions for the construction of a unique triangle**செயல் 5: ஒரு தனித்துவமான முக்கோணத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள்**

Q1. If you want your friend/partner to construct exactly the same triangle like the one you drew in Task 1, what minimum information will you have to provide, such that she/he will also construct the exact same triangle?

கே.1. நீங்கள் செயல் 1 ல் வரைந்தது போன்ற மிகச்சரியாக அதே முக்கோணத்தை உங்கள் நண்பர்/கூட்டாளி வரையவேண்டும் என்றால் குறைந்தபட்சமாக என்னென்ன தகவல்களை நீங்கள் அவருக்கு அளிக்க வேண்டியிருக்கும்?

2. In the previous question, is there a different set of information that could be provided to construct the exact same triangle? Try and mention all such different sets of information that would work.

2. முந்தையக் கேள்வியில் பெற்ற முக்கோணத்தை மிகச்சரியாக அதே போன்று பெறுவதற்கு, வேறு தகவல் தொகுப்புகளை பயன்படுத்த முடியுமா? சரியாக அதே முக்கோணத்தை தரக்கூடிய இதுபோன்ற வேறுபட்ட தகவல் தொகுப்புகள் அனைத்தையும் குறிப்பிட முயற்சியுங்கள்.

Task 6: Constructing a quadrilateral**செயல் 6: ஒரு நாற்கரத்தை/நாற்கோணத்தை வரைதல்**

Q1a. Now that you all know how to make a congruent triangle, let us figure out how to make a congruent quadrilateral. So if the minimum conditions for making a congruent triangle are three, what should be enough for a quadrilateral?

கே.1.a. ஒரு முற்றுமொத்த முக்கோணத்தை எவ்வாறு வரையவேண்டும் என்று உங்கள் அனைவருக்கும் இப்போது தெரிந்திருக்கும். அடுத்ததாக, ஒரு முற்றுமொத்த நாற்கரத்தை எவ்வாறு வரைய வேண்டும் என்பதைக் கண்டுபிடிப்போம். ஒரு முற்றுமொத்த முக்கோணத்தை வரைய மூன்று குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் தேவையெனில், நாற்கரத்துக்கு எவ்வளவு போதுமானதாக இருக்கும்?

Q1b. Now, given that all the sides of a quadrilateral are 3 cm, think about all the different quadrilaterals that you can draw. Draw the figures on the given blank sheet.

கே.1.b. இப்போது, நாற்கரத்தின் அனைத்து பக்கங்களும் 3 செ.மீ என்று கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், நீங்கள் எந்த மாதிரியான நாற்கரங்களையெல்லாம் வரையமுடியும் என்று யோசியுங்கள். கொடுக்கப்பட்ட வெற்றுத்தாளில் அவ்வடிவங்களை வரையுங்கள்.

Q2. Did you or your partner get different quadrilaterals for Q1b?

கே.2. கே.1.b-ற்கு உங்களுடையதும் கூட்டாளியுடைய நாற்கரங்களும் வெவ்வேறாக இருந்தனவா?

Q3. So, if only the sides are given, is it always possible to get different quadrilaterals? How do you know?

கே.3. ஆக, பக்கங்கள் மட்டுமே கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் வெவ்வேறு நாற்கரங்களை எப்போதுமே பெற முடியுமா? எப்படி இதை தெரிந்துகொண்டீர்கள்?

Q4. Imagine that you have to write to your friend about a quadrilateral. Now think of the minimum information that you can send him/her, such that he/she gets the exact same quadrilateral as the one you had in your mind. What information will you send?

கே.4. ஒரு நாற்கரத்தைப் பற்றி ஒரு நண்பருக்கு எழுதி அனுப்பவேண்டும் என்று கற்பனை செய்து கொள்ளுங்கள். இப்போது, நீங்கள் மனதில் நினைத்த அச்சு அதே நாற்கரத்தை அவரும் பெறவேண்டும் என்றால், அவருக்கு அனுப்பக்கூடிய குறைந்தபட்ச தகவல்களை யோசியுங்கள். எந்தத் தகவல்களை நீங்கள் அனுப்புவீர்கள்?

Check whether what you suggested as the minimum information really works. Try drawing different quadrilaterals for the information you said you would give your friend in the question above.

நீங்கள் குறைந்தபட்ச தகவலாக பிரிந்துரைத்தது உண்மையாகவே வேலை செய்கிறதா என்பதைச் சரிபாருங்கள். மேற்கொடுக்கப்பட்ட கேள்வியில் உங்கள் நண்பருக்கு நீங்கள் அளிப்பதாக கூறிய தகவலுக்கு வெவ்வேறு நாற்கரங்களை வரைந்து பாருங்கள்.

Q5. Think about why this set of information will lead to congruent or non-congruent quadrilaterals.

கே.5. முற்றுமொத்த அல்லது முற்றுமொத்திராத நாற்கரங்களை இந்தத் தகவல் தொகுப்பு ஏன் விளைவிக்கும் எனப்பதைக் குறித்து சிந்தியுங்கள்.

Q6. List the conditions that worked for constructing a unique quadrilateral.

கே.6. ஒருதனித்துவமான நாற்கரத்தை வரைவதற்கு சரிபட்ட நிபந்தனைகளைப் பட்டியலிடுங்கள்.

Task 7: Some special triangles and quadrilaterals

செயல் 7: சில சிறப்பு முக்கோணங்களும் நாற்கரங்களும்

We have found out the minimum information needed to draw congruent triangles and congruent quadrilaterals, but let us look at some special triangles and quadrilaterals and find out the minimum information we need to construct these.

முற்றுமொத்த நாற்கரங்கள் மற்றும் முக்கோணங்களை வரைய தேவைப்படும் குறைந்தபட்ச தகவலை நாம் கண்டுபிடித்துள்ளோம். ஆனால், இப்போது சில சிறப்பு நாற்கோணங்களையும் முக்கோணங்களையும் பார்க்கலாம். இவற்றை வரைய நமக்கு தேவைப்படும் குறைந்தபட்ச தகவல்களை கண்டுபிடிப்போம்.

Q1. How many conditions do you need to construct congruent equilateral triangles?

கே.1. முற்றொப்பு சமபக்க முக்கோணங்களை வரைய எத்தனை மதிப்புகள் தேவைப்படும்?

Q2. How many pieces of information do you need to construct congruent squares?

கே.2. முற்றொப்பு சதுரங்களை வரைந்திட எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

Q3. How many pieces of information do you need to construct congruent rectangles?

கே.3. முற்றொப்பு செவ்வகங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

Q4. How many pieces of information do you need to construct congruent rhombuses?

கே.4. முற்றொப்பு சாய்சதுரங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

Q5. How many pieces of information do you need to construct congruent parallelograms?

கே.5. முற்றொப்பு இணைகரங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

Q6. How many pieces of information do you need to construct congruent trapeziums?

கே.6. முற்றொப்பு சரிவகங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

Task 8: Constructing a pentagon

செயல் 8: ஓர் ஐங்கோணத்தை வரைதல்

Q1. Now that you all know what conditions give constructions of congruent triangles or congruent quadrilaterals, let us figure out how to construct congruent pentagons. So, if the minimum conditions for making congruent triangles are three, and that for congruent quadrilaterals are five, what do you think is the number of minimum conditions needed to construct congruent pentagons?

கே.1. முற்றுமொத்த முக்கோணங்கள் அல்லது முற்றுமொத்த நாற்கரங்களை வரைய தேவையான நிபந்தனைகளை நீங்கள் அனைவரும் தெரிந்துகொண்ட நிலையில், முற்றுமொத்த ஐங்கோணங்களை வரைவது எவ்வாறு என்பதைக் கண்டுபிடிக்கலாம். ஆக, முற்றொத்த முக்கோணங்களை வரைவதற்கான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் மூன்றாகவும் முற்றொத்த நாற்கரங்களுக்கு ஐந்தாகவும் இருக்கிறது. முற்றுமொத்த ஐங்கோணங்களை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் என்னவாக இருக்கும் என்று நினைக்கிறீர்கள்?

Q2. Imagine that you have to write to your friend about a pentagon. Now think of the minimum information that you can send him/her, such that he/she gets the exact same pentagon as the one you had in your mind. What information you will send?

கே.2. ஓர் ஐங்கோணத்தை குறித்து நண்பருக்கு எழுதி அனுப்பவேண்டும் என்று கற்பனை செய்து கொள்ளுங்கள். இப்போது, நீங்கள் மனதில் நினைத்த அச்சசல் அதே ஐங்கோணத்தை அவரும் பெறவேண்டும் என்றால், அவருக்கு அனுப்பக்கூடிய குறைந்தபட்ச தகவல்களை யோசியுங்கள். எந்தத் தகவல்களை நீங்கள் அனுப்புவீர்கள்?

Check whether what you suggested as the minimum information really works. Try drawing different pentagons for the information you said you would give your friend in the question above.

நீங்கள் குறைந்தபட்ச தகவலாக பிரிந்துரைத்தது உண்மையாகவே வேலை செய்கிறதா என்பதைச் சரிபாருங்கள். மேற்கொடுக்கப்பட்ட கேள்வியில் உங்கள் நண்பருக்கு நீங்கள் அளிப்பதாக முடிவுசெய்த தகவலுக்கு, வெவ்வேறு ஐங்கோணங்களை வரைந்து பாருங்கள்.

Q3. Think about why this set of information will lead to congruent or non-congruent pentagons.

கே.3. முற்றுமொத்த அல்லது முற்றுமொத்திராத ஐங்கோணங்களை இந்தத் தகவல் தொகுப்பு ஏன் விளைவிக்கும் எனப்பதைக் குறித்து சிந்தினைச் செய்யுங்கள்.

Q4. List the conditions that worked for making a unique pentagon.

கே.4. ஒருதனித்துவமான ஐங்கோணத்தை வரைய பொறுத்தமாக இருந்த நிபந்தனைகளைப் பட்டியலிடுங்கள்.

Task 9: Finding the number of conditions to construct a congruent polygon

செயல் 9: ஒருமுற்றுமொத்த பலகோணத்தை வரைய தேவையான மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடித்தல்

Now that you know the minimum conditions needed for constructing congruent triangles, congruent quadrilaterals and congruent pentagons, let us explore how many conditions are needed for constructing congruent hexagons, or congruent heptagons.

முற்றுமொத்த முக்கோணங்கள், முற்றுமொத்த நாற்கரங்கள் மற்றும் முற்றுமொத்த ஐங்கோணங்களை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் என்னவென்று உங்களுக்கு தெரியும். இப்போது, முற்றுமொத்த அறுகோணங்கள், அல்லது முற்றுமொத்த எழுகோணங்களை வரைய தேவையான மதிப்புகள் எத்தனையென்று நாம் ஆராயலாம்.

Make some guesses, and make constructions on the given sheets of paper. Record your guesses in Table 1 below.

சில ஊகங்களை செய்து, கொடுக்கப்பட்ட தாள்களில் வடிவங்களை வரையுங்கள். உங்களுடைய ஊகங்களை கீழுள்ள அட்டவணை 1 ல் பதிவிடுங்கள்.

Table 1 Conditions required for constructing a congruent polygon

அட்டவணை 1 ஒருமுற்றுமொத்த பலகோணத்தை வரைய தேவைப்படும் மதிப்புகள்

Number of sides in the polygon	Name of the polygon	Minimum conditions required for constructing a congruent polygon
3	Triangle	3
4	Quadrilateral	5
5	Pentagon	_____
6	Hexagon	_____
7	Heptagon	_____
8	Octagon	_____

பலகோணத்திலுள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பலகோணத்தின் பெயர்	ஒரு முற்றொமொத்த பலகோணத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள்
3	முக்கோணம்	3
4	நாற்கரம் /நாற்கோணம்	5
5	ஐங்கோணம்	_____
6	அறுகோணம்	_____
7	எழுகோணம்	_____
8	எண்கோணம்	_____

Proving our Conjectures

நம்முடைய ஊகங்களை நிரூபித்தல்

Let us find out how can we prove which guesses are right and which ones are wrong.

Draw a quadrilateral.

Draw a diagonal inside the quadrilateral so that it splits into two triangles.

See Figure 1.

(Here we have drawn two different types of quadrilaterals).

ஊகங்களில் எவை சரி என்றும், எவை தவறென்பதையும் எவ்வாறு நிரூபிக்கலாம் என்பதை நாம் கண்டுபிடிக்கபோகிறோம்.

ஒருநாற்கரத்தை வரையுங்கள்.

இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரியும்படி இந்த நாற்கரத்தின் உட்பகுதியில் ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரையுங்கள்.

படம் 1 ஐ பாருங்கள்.

(இரண்டு வகையான நாற்கரங்களை இங்கே நாம் வரைந்துள்ளோம்)

We see that every quadrilateral can be split into two triangles in this way. We know that for constructing a unique triangle we need three minimum conditions.

இந்த வழிமுறையின் மூலம், எந்தவொரு நாற்கரத்தையும் இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரிக்க முடியும் என்பது தெரிகிறது. ஒருதனித்துவமான முக்கோணத்தை வரைய மூன்று குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் தேவை என்பதும் நமக்கு தெரியும்.

So in this case, to construct the first triangle we needed three minimum conditions. For the next triangle, we need three more, but as one side overlaps, we need only two conditions to construct a triangle congruent to the second triangle. These can be, for example, one side and the angle it makes with the adjacent side of the quadrilateral. Alternatively, one can also give two angles.

ஆதலால், இந்த நிலையில் முதல் முக்கோணத்தை வரைய நமக்கு மூன்று குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் தேவைப்படுகிறது. அடுத்த முக்கோணத்துக்கு, இன்னும் மூன்று தேவை. ஆனால், ஒருபக்கம் ஒன்றின்மேல் ஒன்று பொருந்துவதால், இரண்டாவது முக்கோணத்துக்கு முற்றுமொத்தவாறு ஒரு முக்கோணத்தை வரைய நமக்கு இரண்டு மதிப்புகளே போதும். எடுத்துக்காட்டாக, நாற்கரத்தில் உள்ள ஒரு பக்கத்துக்கும் அதற்கு அடுத்துள்ள பக்கத்துக்கும் இடையே அமைக்கப்படும் கோணமாகவும் இவை இருக்கலாம். மாறாக, இரண்டு கோணங்களையும் எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

Another way of thinking about this is, once we fix the first triangle, three vertices of the quadrilateral are fixed. So to fix the remaining vertex, two conditions (as in the examples above) are sufficient. Hence these five conditions are the minimum pieces of information needed to construct a quadrilateral.

இதைப் பற்றி யோசிக்க மற்றொரு வழி என்னவென்றால், முதல் முக்கோணத்தை முடிவு செய்த பின்பு நாற்கரத்தின் மூன்று மூலைகளும் முடிவாகிவிடுகின்றன. ஆதலால், மிஞ்சியுள்ள ஒரு மூலையை முடிவுசெய்ய இரண்டு மதிப்புகள் (மேற்கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில் இருப்பது போல) போதுமானவை.

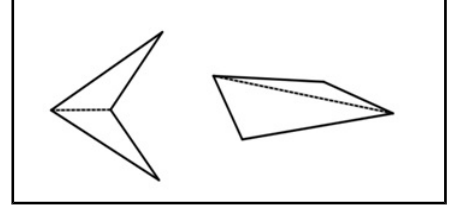


Figure -1 Triangulation of quadrilaterals
படம் -1 நாற்கரங்களை முக்கோணமாக்கல்

எனவே, ஒரு நாற்கரத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச தகவல் துணுக்குகள் இந்த ஐந்து மதிப்புகளே ஆகும்.

This also reconfirms our understanding of the minimum conditions needed to construct a unique quadrilateral.

ஒரு தனித்துவமான நாற்கரத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகளைக் குறித்த நமது புரிதலை, இது மீண்டும் உறுதிபடுத்துவதாக இருக்கிறது.

What will happen if we do the same for a pentagon?

ஓர் ஐங்கோணத்துக்கும் இதேபோல செய்தால் என்ன நடக்கும்?

Let us draw a pentagon and see how many triangles the pentagon can be split into by drawing a minimum number of diagonals. We see from figure 2 that by drawing two diagonals, the pentagon can be split into three triangles.

ஓர் ஐங்கோணத்தை இப்போது வரைவோம். குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையில் மூலை விட்டங்களை வரைந்து இந்த ஐங்கோணத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்கமுடியும் என்பதைப் பார்க்கலாம். இரண்டு மூலைவிட்டங்களை வரைவதன் மூலம், மூன்று முக்கோணங்களாக இதை பிரிக்க முடியும் என்பது படம் 2 ஐ பார்க்கும்போது நமக்கு தெரிகிறது.

For the first triangle we need three conditions, for the second triangle we need another three, but then one side overlaps so we need only two. Similarly, for the third triangle, we need two more conditions.

முதல் முக்கோணத்துக்கு நமக்கு மூன்று மதிப்புகள் தேவைப்படும். இரண்டாவது முக்கோணத்துக்கும் மேலும் மூன்று மதிப்புகள் தேவை, ஆனால் அதன் ஒரு பக்கம் ஒன்றின் மேல் ஒன்றுபொருந்துவதால் இரண்டே போதும். அதேபோல, மூன்றாவது முக்கோணத்துக்கு மேலும் இரண்டு மதிப்புகள் தேவைப்படும்.

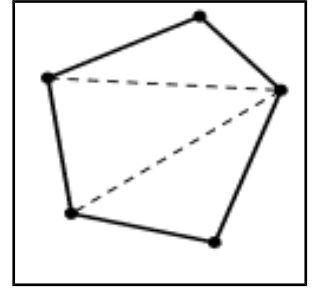


Figure -2
படம் -2

So, you can see that whenever you add a triangle, you add two conditions. So, the minimum conditions necessary for constructing a unique pentagon, are seven ($3 + 2 + 2$).

ஆதலால், ஒரு முக்கோணத்தை சேர்க்கும்போதெல்லாம் இரண்டு மதிப்புகளைச் சேர்க்கிறோம் என்பதை தெரிந்துகொண்டிருப்பீர்கள். ஆக, ஒரு தனித்துவமான ஐங்கோணத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் ஏழு ($3 + 2 + 2$) ஆகும்.

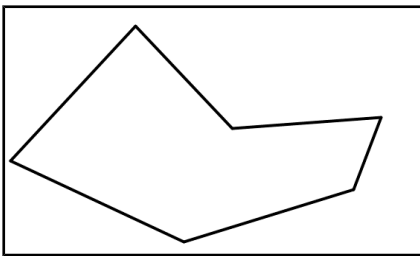


Figure -3
படம் -3

Let us try to figure this out for hexagons, heptagons, and octagons.

அறுகோணங்கள், எழுகோணங்கள், மற்றும் எண்கோணங்களுக்கும் இதைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சி செய்யலாம்.

2. How many triangles can a hexagon be split into? (Remember that the number of diagonals drawn must be a minimum.)

2. ஓர் அறுகோணத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்க முடியும்? (மூலைவிட்டங்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தபட்சமாக இருக்கவேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள்)_____

3. What is the minimum number of conditions needed to construct unique hexagons?
3. தனித்துவமான அறுகோணங்களை வரைய குறைந்தபட்சமாக எத்தனை மதிப்புகள் தேவை? _____

4. Why?

4. ஏன்?

5. How many triangles can a heptagon be split into?

5. ஓர் எழுகோணத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்கலாம்? _____

6. What is the minimum number of conditions needed to construct unique heptagon?

6. தனித்துவமான எழுகோணங்களை வரைய குறைந்தபட்சமாக எத்தனை மதிப்புகள் தேவை?

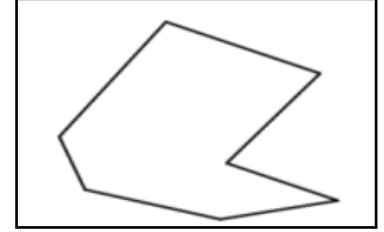


Figure -4
படம் -4

7. Why?

7. ஏன்?

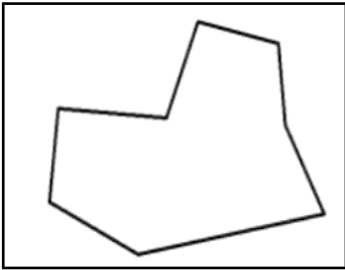


Figure -5
படம் -5

8. How many triangles can an octagon be split into?

8. ஓர் எண்கோணத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்கலாம்? _____

9. What is the minimum number of conditions needed to construct congruent octagon?

9. முற்றுமொத்த எண்கோணங்களை வரைய குறைந்தபட்சமாக எத்தனை மதிப்புகள் தேவை?

10. Why?

10. ஏன்?

References

மேற்கோள்கள்

- Plaksin, O., & Patkin, D. (2016). Exploring the minimum conditions for congruency of polygons. *Learning and Teaching Mathematics*, No.2, pp.42-46.
http://www.amesa.org.za/amesal_n21_a12.pdf
- Page, John D. *Congruent polygons*. From Math Open Reference.
<https://www.mathopenref.com/congruentpolygons.html>