

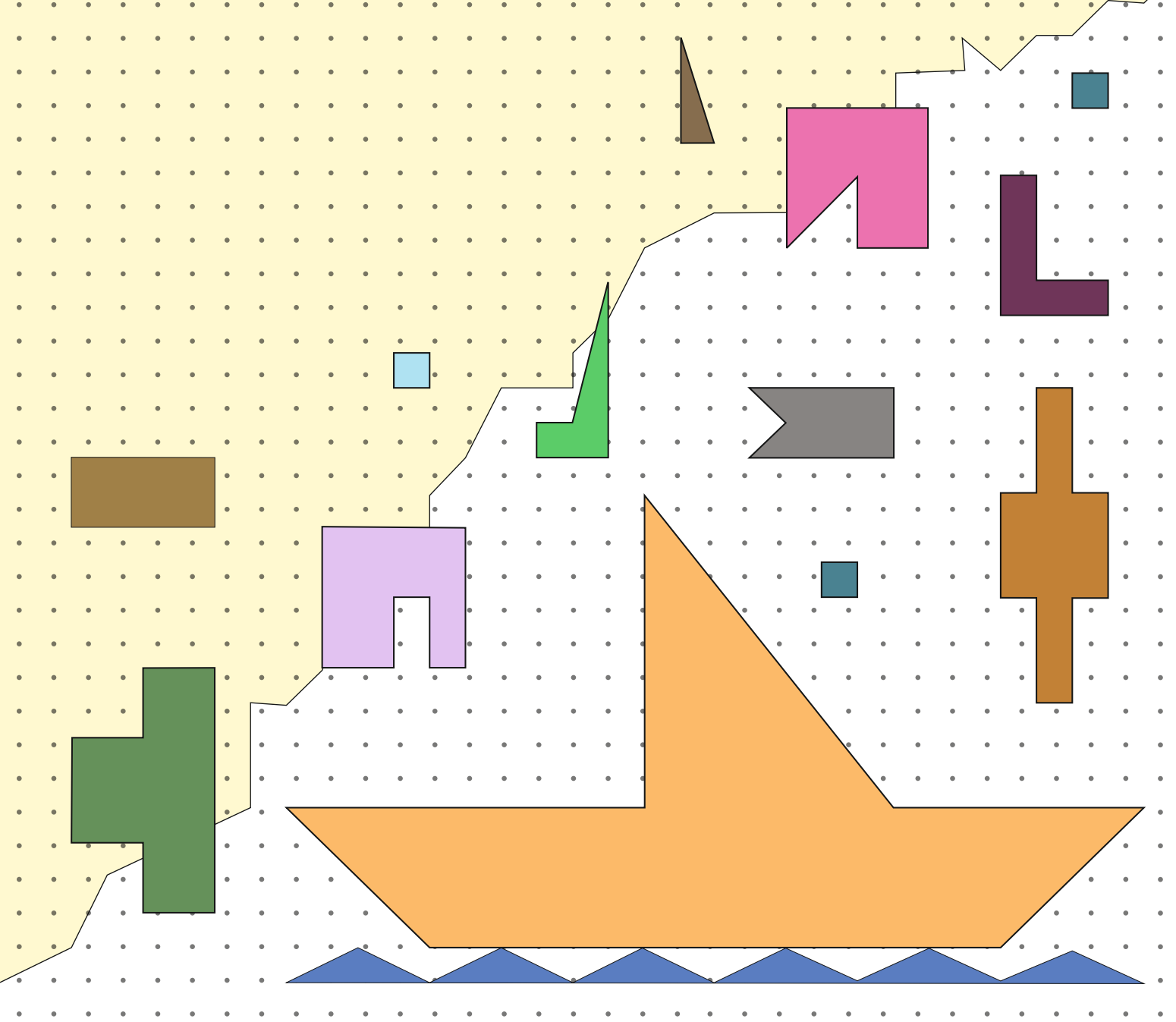
8.9

Exploring a dot grid through rectangles

Main Authors: Aaloka Kanhere, K. Subramaniam

Reviewers: Amber Habib, Amol Dighe, H. C. Pradhan,
Jonaki Ghosh, Sneha Titus

Creative Commons Licence: CC BY-SA 4.0 International



8.9

செவ்வகங்களின் மூலம் புள்ளிக் கட்டம் ஒன்றை ஆராய்தல்

Main Authors: Aaloka Kanhere, K. Subramaniam

Reviewers: Amber Habib, Amol Dighe, H. C. Pradhan,
Jonaki Ghosh, Sneha Titus

Translators: Manikandan Sambasivam, Uthra Dorairajan

Creative Commons Licence: CC BY-SA 4.0 International

8.9. Exploring a dot grid through rectangles

Introduction

You have calculated areas and perimeters of figures like rectangles and triangles many times. Have you ever wondered what is the relationship between area and perimeter of a figure? What happens when area increases? Does the perimeter increase or decrease? What happens to the area if the perimeter decreases? Here, we will explore the relationship between the area and perimeter of rectangles. We will do this, however, with an important constraint – the rectangles will be those that can be drawn on a dot grid such that the corners (vertices) of the rectangles are grid points.

Materials: Grid papers (each student will require three to four square dot grid papers), pencils

Look at the grid paper you have.

Let us call the length of the line segment AB (shown in figure 1) as one unit of length.

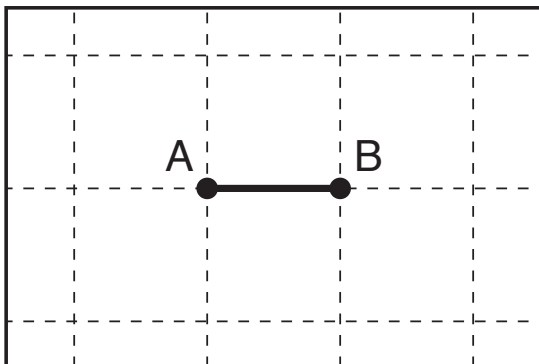


Figure 1

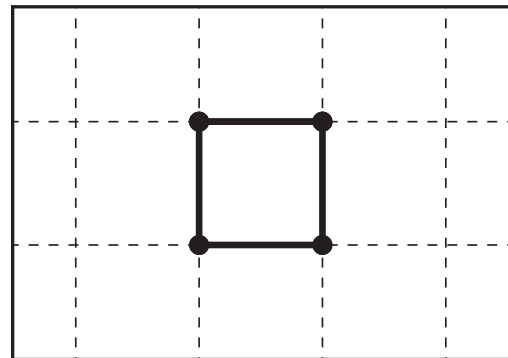


Figure 2

Now, considering the above length as one unit, what can you say about the area of the shape in figure 2? Why do you think so? Discuss with your friends.

8.9 செவ்வகங்களின் மூலம் புள்ளிக் கட்டம் ஒன்றை ஆராய்தல்

முன்னுரை

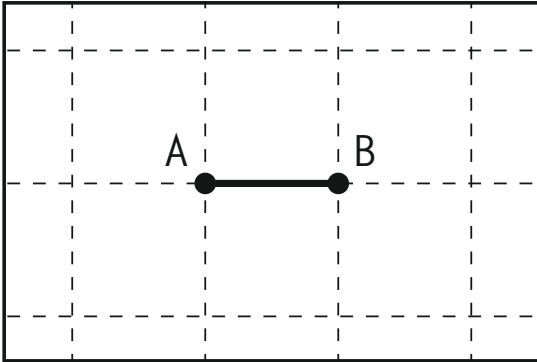
செவ்வகங்கள் மற்றும் முக்கோணங்கள் போன்ற வடிவங்களுக்குப் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவை நீங்கள் பலமுறைக் கணக்கிட்டிருப்பீர்கள். ஒரு வடிவத்தின் பரப்பளவுக்கும் சுற்றளவுக்கும் இடையே என்ன தொடர்பு இருக்கும் என யோசனை செய்திருக்கிறீர்களா? பரப்பளவு அதிகரித்தால் என்ன நடக்கும்? சுற்றளவு அதிகரிக்குமா அல்லது குறையுமா? சுற்றளவு குறைந்தால் பரப்பளவு என்னவாகும்?

செவ்வகங்களின் சுற்றளவுக்கும் பரப்பளவுக்கும் இடையேயான தொடர்பை இங்கு நாம் ஆராய உள்லோம். எனினும், ஒரு முக்கிய கட்டுப்பாடுடன் இதை செய்ய போகிறோம் - புள்ளிக் கட்டங்களில் (Dot Grid) வரையக்கூடிய செவ்வகங்களை மட்டும் தான் எடுத்துக்கொள்ளப்போகிறோம். இதனால், செவ்வகங்களின் முனைகள் (vertices) கட்டத்திலுள்ள புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்.

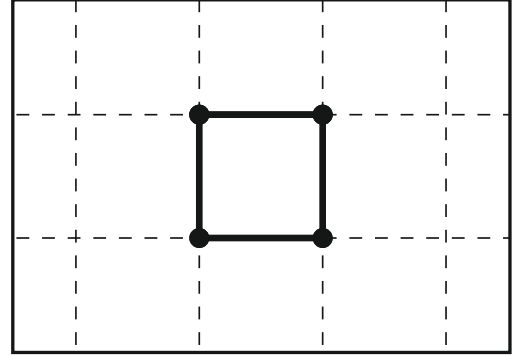
பொருள்கள்: கட்டத் தாள்கள் (ஒவ்வொரு மாணவரிடமும் மூன்று அல்லது நான்கு சதுர புள்ளிக் கட்டத் தாள்கள் இருக்க வேண்டும்), பென்சில்கள்.

உங்களிடம் இருக்கும் கட்டத் தாளை பாருங்கள்.

கோட்டுத்துண்டு AB-யின் நீளத்தை ஓர் அலகு நீளமாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.



படம் 1



படம் 2

இந்தத் துண்டத்தின் நீளத்தை ஓர் அலகாக எடுத்துக்கொண்டால், படம் 2-ல் உள்ள வடிவத்தின் பரப்பளவைக் குறித்து உங்களால் என்ன கூறமுடியும்? காரணங்களைக் கூறவும். உங்களின் நண்பர்களுடனும் கலந்துரையாடுங்கள்.

▶ Task 1: Any more unit areas?

Draw a few more (at least two) figures such that their areas are also one square unit.

▶ Task 2: When all adjacent sides are perpendicular.

The polygons drawn in figure 3 are called rectilinear polygons.

Draw five such figures and find their areas and perimeters.

Remember that all the vertices of these figures should be on the grid points.

A rectilinear polygon is a polygon, all of whose angles are either 90° or 270° . Some examples of rectilinear shapes are given here.

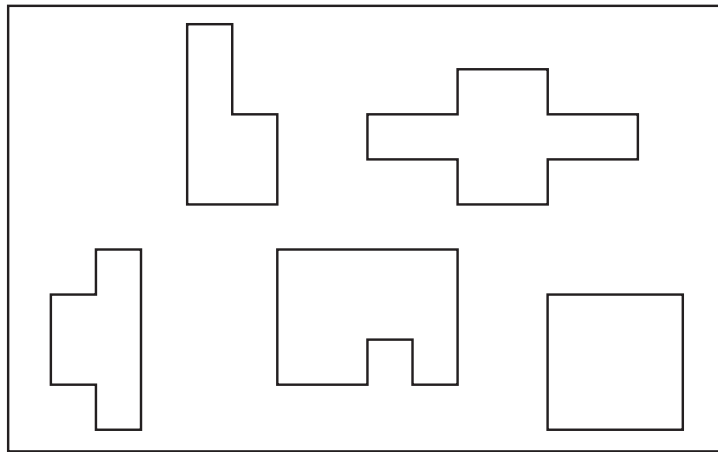


Figure 3

▶ Task 3: What if some adjacent sides are not perpendicular...?

Figure 4 shows some polygons. Find the area of the given figures.

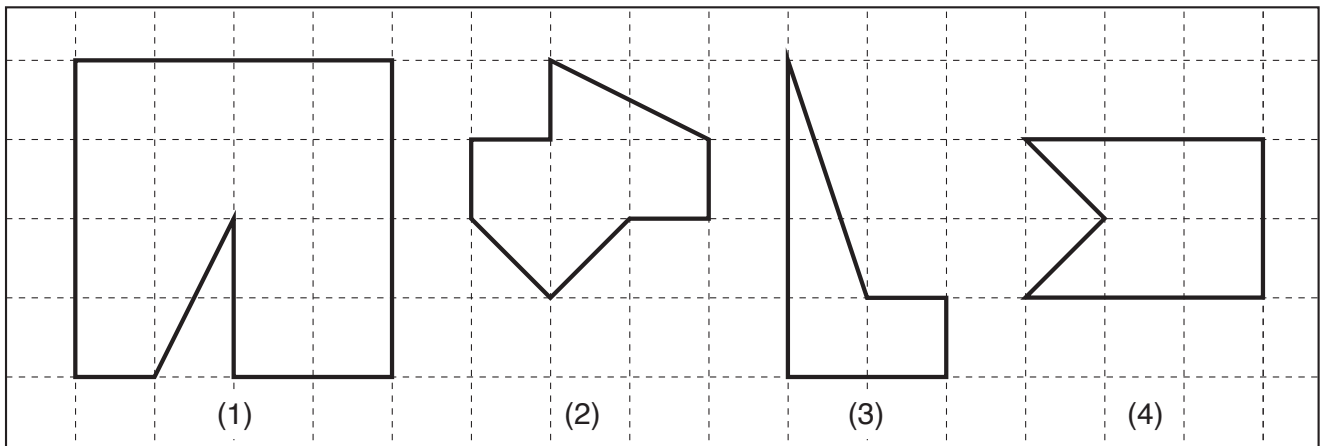


Figure 4

▶ **செயல் 1: ஒரு சதுர அலகு பரப்பளவை கொண்ட வேறு வடிவங்கள் உள்ளனவா?**

ஒருசதுரஅலகு பரப்பளவைக் கொண்ட மேலும் சில வடிவங்களை (குறைந்தபட்சம் இரண்டு) வரைந்திடுங்கள்.

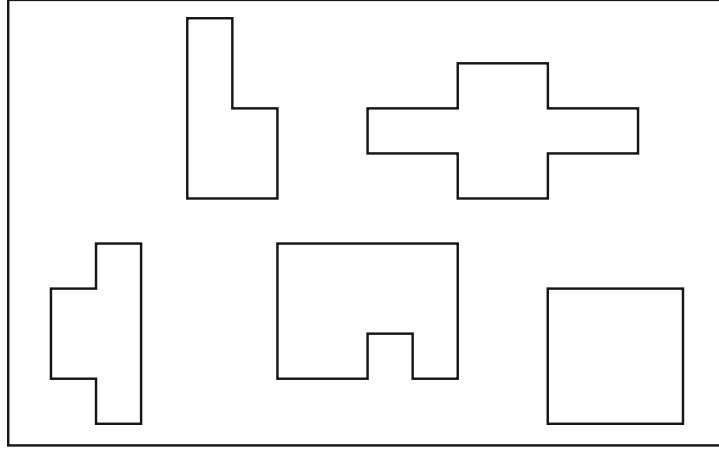
▶ **செயல் 2: கொடுக்கப்பட்ட வடிவங்களில் அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் அனைத்தும் செங்குத்தாக இருக்கும் போது ...**

படம் 3-ல் வரையப்பட்டுள்ள வடிவங்கள் அனைத்தையும் நேர்கோட்டுப் பலகோணங்கள் என்றழைக்கிறோம்.

இது போன்ற ஐந்து வடிவங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுங்கள்.

இவ்வடிவங்களின் முனைகள் அனைத்தும் கட்டத்திலுள்ள புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும் என்பதை மனதில் வைத்துக் கொள்ளுங்கள்.

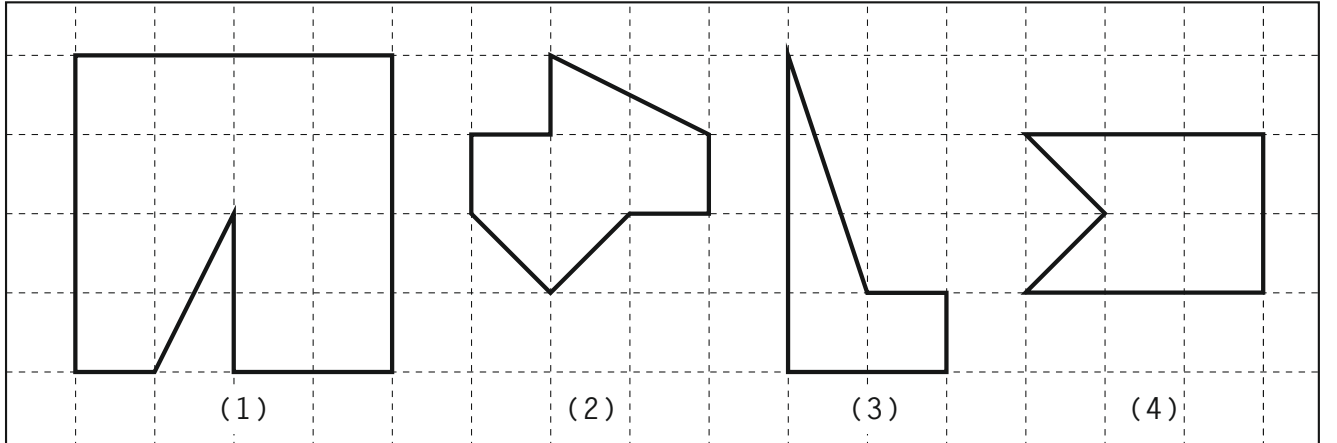
நேர்கோட்டுப் பலகோணம் என்பது ஒருவகைப் பலகோணமாகும். அவற்றில், கோடுகளுக்கு இடையேயான கோணங்கள் யாவும் 90° அல்லது 270° ஆக இருக்கும். நேர்கோட்டு வடிவங்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுக்கள் இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



படம் 3

▶ **செயல் 3: அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் செங்குத்தாக இல்லையென்றால்...?**

நேர்கோடற்ற பலகோணங்கள் சிலவற்றைப் படம் 4-ல் நீங்கள் பார்க்கலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுங்கள்.



படம் 4

Task 4: Focusing on rectangles

Draw five rectangles on the grid paper. Keep in mind the following:

1. The vertices of the rectangles should be grid points.
2. The rectangles should be of different sizes.
3. At least one of the rectangles should be tilted.
4. Measure and write the area and the perimeter of the rectangles which are not tilted. Discuss how you got your answers.

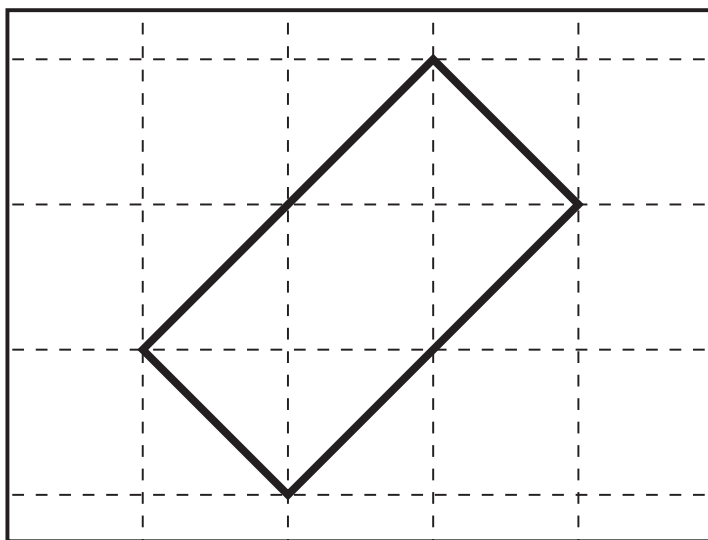


Figure 5 Tilted rectangle

The vertices of the rectangles should be grid points!

Task 5: Perimeter same but rectangles different

Sub task 1

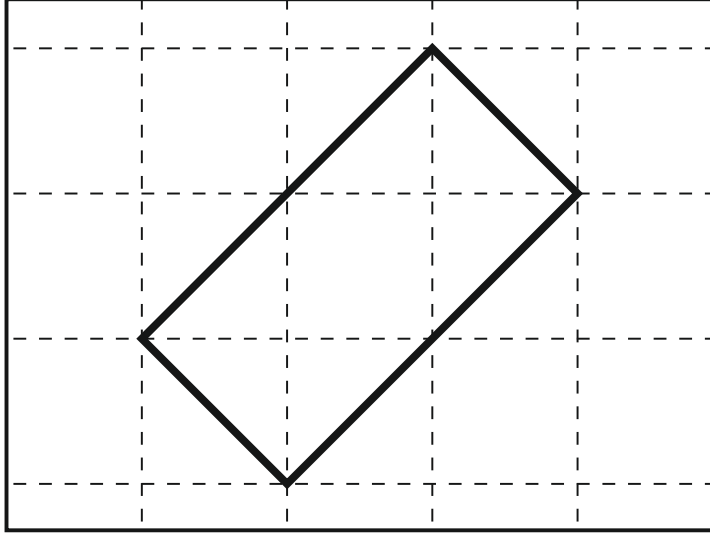
1. Draw different rectangles on your dot grid, all of which have a perimeter of 16 units. (Draw as many as you can.)
2. Complete the table given below based on your rectangles.
3. Which rectangle has the largest area? Which rectangle has the smallest area?
4. Compare your table with those of your friends.
5. Did you get a square in your table? Is a square also a rectangle? _____



செயல் 4: செவ்வகங்களைக் கவனிப்போம்

புள்ளிக் கட்டத் தாளில் ஐந்து செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். பின்வரும் கருத்துக்களை நினைவில் கொள்ளுங்கள்:

1. செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டத்தின் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்.
2. செவ்வகங்கள் வெவ்வேறு அளவுகளைக் கொண்டிருக்கவேண்டும்.
3. ஒன்றாவது சாய்வு செவ்வகமாக இருக்கவேண்டும்.
4. சாய்வில்லா செவ்வகங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவை அளந்து குறித்து வையுங்கள். உங்களின் பதில்களை எவ்வாறு பெற்றீர்கள் என்பது குறித்துக் கலந்துரையாடுங்கள்.



படம் 5 சாய்வு செவ்வகம்

செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு
பொருந்தவேண்டும்!



செயல் 5: ஒரே சுற்றளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்கள்

துணைச் செயல் 1

1. உங்களின் புள்ளிக் கட்டத் தாளில் வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். அனைத்து வடிவங்களின் சுற்றளவும் 16 அலகுகளாக இருக்க வேண்டும். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. உங்களின் செவ்வகங்களுக்குப் ஏற்றபடி பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
3. எந்தச் செவ்வகம் மிகப்பெரிய பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? எந்தச் செவ்வகம் மிகக்குறைந்த பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகளுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.
5. உங்கள் அட்டவணையில் சதுரமேதும் இடம்பெற்றுள்ளதா? ஒருசதுரத்தைச் செவ்வகமாகவும் கருதிக் கொள்ளலாமா?

Note: “Semi-perimeter” of the rectangle is half of the perimeter.

Perimeter is 16 units				
Rectangle	Length	Breadth	Semi-perimeter	Area
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 1

Sub task 2

1. Draw different rectangles on your dot grid, all of which have a perimeter of 18 units. (Draw as many as you can.)
2. Complete the table given below based on your rectangles.
3. Which rectangle has the largest area? Which rectangle has the smallest area?
4. Compare your table with the tables drawn by your friends.
5. Did you get a square in your table?

Perimeter is 18 units				
Rectangle	Length	Breadth	Semi-perimeter	Area
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 2

The vertices of the rectangles should be grid points!

குறிப்பு: செவ்வகத்தின் “அரை-சுற்றளவு” என்பது அதன் சுற்றளவில் பாதியாகும்.

சுற்றளவு 16 அலகுகள்				
செவ்வகம்	நீளம்	அகலம்	அரை-சுற்றளவு	பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

அட்டவணை 1

துணைச் செயல் 2

1. உங்களின் புள்ளிக் கட்டத் தாளில் வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். அனைத்து வடிவங்களின் சுற்றளவும் 18 அலகுகளாக இருக்க வேண்டும். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. உங்களின் செவ்வகங்களுக்குப் ஏற்றவாறு பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
3. எந்தச் செவ்வகம் மிகப்பெரிய பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? எந்தச் செவ்வகம் மிகக்குறைந்த பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகளுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.
5. உங்கள் அட்டவணையில் சதுரமெதும் இடம்பெற்றுள்ளதா?

சுற்றளவு 18 அலகுகள்				
செவ்வகம்	நீளம்	அகலம்	அரை-சுற்றளவு	பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

அட்டவணை 2

செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்!



Task 6: Now... some same area rectangles

Sub task 1

1. Draw different rectangles which have an area of 36 square units. (Draw as many as you can.)
2. Fill the given table.
3. Did you get a square?
4. Compare your table with the tables drawn by some of your friends.

Area is 36 square units				
Rectangle	Length	Breadth	Semi-perimeter	Perimeter
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 3

Sub task 2

1. Draw different rectangles which have an area of 17 square units. (Draw as many as you can.)
2. Fill the given table.
3. Do you see any congruent rectangles among the rectangles you have drawn?
4. Compare your table with the tables filled by some of your friends.

Area is 17 square units				
Rectangle	Length	Breadth	Semi-perimeter	Perimeter
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 4



செயல் 6: ஒரே பரப்பளவைக் கொண்ட சில செவ்வகங்கள்

துணைச் செயல் 1

- 36 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
- கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
- சதுரம் கிடைத்ததா?
- உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

பரப்பளவு 36 சதுர அலகுகள்				
செவ்வகம்	நீளம்	அகலம்	அரை-சுற்றளவு	பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

அட்டவணை 3

துணைச் செயல் 2

- 17 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
- கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
- நீங்கள் வரைந்த வடிவங்களில் முழுதுமொத்த செவ்வகங்கள் (congruent rectangles) ஏதும் இருக்கின்றனவா?
- உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

பரப்பளவு 17 சதுர அலகுகள்				
செவ்வகம்	நீளம்	அகலம்	அரை-சுற்றளவு	பரப்பளவு
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

அட்டவணை 4

Sub task 3

1. Draw different rectangles having an area of 24 square units. (Draw as many as you can.)
2. Make a table like the one above.
3. Do you see any congruent rectangles among the rectangles you have drawn?
4. Compare your table with tables filled by some of your friends.

**Task 7: Next, rectangles with equal areas and equal perimeters**

Can you draw two different rectangles whose perimeter is 14 units and area is 12 area units? How many different rectangles did you get? Compare your rectangles with those drawn by your friends. Are they the same?

Did you get different rectangles? If yes, share your answer with your friends and your teacher. If you think it is not possible, think about why not?

**Task 8: More with the grid: possibilities and impossibilities**

Remember that all the vertices of all the figures that you draw should be grid points.

Use the grid paper, explore and find answers to the following:

1. If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its area is an odd number, what can you say about that rectangle's semi-perimeter (half of the perimeter)?

2. If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its semi-perimeter is an odd number, what can you say about the area of this rectangle?

3. What are the different possible areas of triangles drawn on the grid? Are all the multiples of half achieved?

4. What are the possible areas of grid squares (squares with vertices on the grid)?
(These may not have integer sides!)

துணைச் செயல் 3

1. 24 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதை போன்ற ஒரு அட்டவணையை உருவாக்குங்கள்.
3. நீங்கள் வரைந்த வடிவங்களில் முழுதுமொத்த செவ்வகங்கள் ஏதும் இருக்கின்றனவா?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

▶ செயல் 7: அடுத்ததாக, ஒரே பரப்பளவுகள் மற்றும் சுற்றளவுகளைக் கொண்ட செவ்வகங்கள்

14 அலகுகள் சுற்றளவு மற்றும் 12 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட இரு வெவ்வேறு செவ்வகங்களை உங்களால் வரைய முடியுமா? எத்தனை விதமான செவ்வகங்களைப் பெற்றீர்கள்? உங்களுடைய நண்பர்களின் செவ்வகங்களுடன் ஒப்பிடுங்கள். அவை ஒன்றுபோல இருக்கின்றனவா?

இல்லை வெவ்வேறாக இருக்கின்றனவா? ஆம் என்றால், உங்களுடைய ஆசிரியர் மற்றும் நண்பர்களுடன் உங்களின் பதிலைப் பகிருங்கள். அவ்வாறு இருப்பது சாத்தியமில்லையென்றால், ஏன் என்று சிந்தியுங்கள்.

▶ செயல் 8: புள்ளிக் கட்டங்களை வைத்து மேலும் கற்கலாம்: சாத்தியங்களும் சாத்தியமற்றவையும்

நீங்கள் வரைந்திடும் அனைத்து வடிவங்களின் முனைகளும் கட்டத்தின் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள்.

கட்டத் தாளைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் கேள்விகளுக்குப் பதில்களை ஆராயுங்கள்:

1. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் இயல் எண்களாக இருக்கும் பட்சத்தில், மற்றும் அதன் பரப்பளவு ஓர் ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், அச்செவ்வகத்தின் அரை-சுற்றளவைக் (சுற்றளவில் பாதி) குறித்து நீங்கள் என்ன சொல்லமுடியும்?
2. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் இயல் எண்களாக இருக்கும் பட்சத்தில், மற்றும் அதன் அரை-பரப்பளவு ஓர் ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், அச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் குறித்து நீங்கள் என்ன சொல்லமுடியும்?
3. புள்ளிக் கட்டத்தில் வரையப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களுக்கு சாத்தியமான பரப்பளவுகள் என்னென்ன? அரையின் மடங்குகள் அனைத்தையும் பெறமுடிந்ததா?
4. கட்டத்திலுள்ள சதுரங்களுக்கு (அவற்றின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும்) சாத்தியமான பரப்பளவுகள் என்னென்ன? (இவற்றின் பக்கங்கள் முழுஎண்களாக இல்லாமலும் இருக்கலாம்)

5. What are the possible areas of tilted rectangles (rectangles with vertices on the grid)?
(Hint: Look at tilted squares first).

References

- De, P., Sircar, S., & Titus, S. (2017) November. LFHC - Area, perimeter and congruency (APC). *At Right Angles*, 6 (3), 53-58. Azim Premji Foundation. Retrieved from <https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx>
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

5. சாய்வு செவ்வகங்களில் (அவற்றின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும்) சாத்தியமாகும் பரப்பளவுகள் என்னென்ன?
(குறிப்பு: சாய்வு சதுரங்களில் பின்பற்றிய முறையைப் பாருங்கள்).
-
-

நூல்கள்

- De, P., Sircar, S., & Titus, S. (2017) November. LFHC - Area, perimeter and congruency (APC). *At Right Angles*, 6 (3), 53-58. Azim Premji Foundation. Retrieved from <https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx>
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.